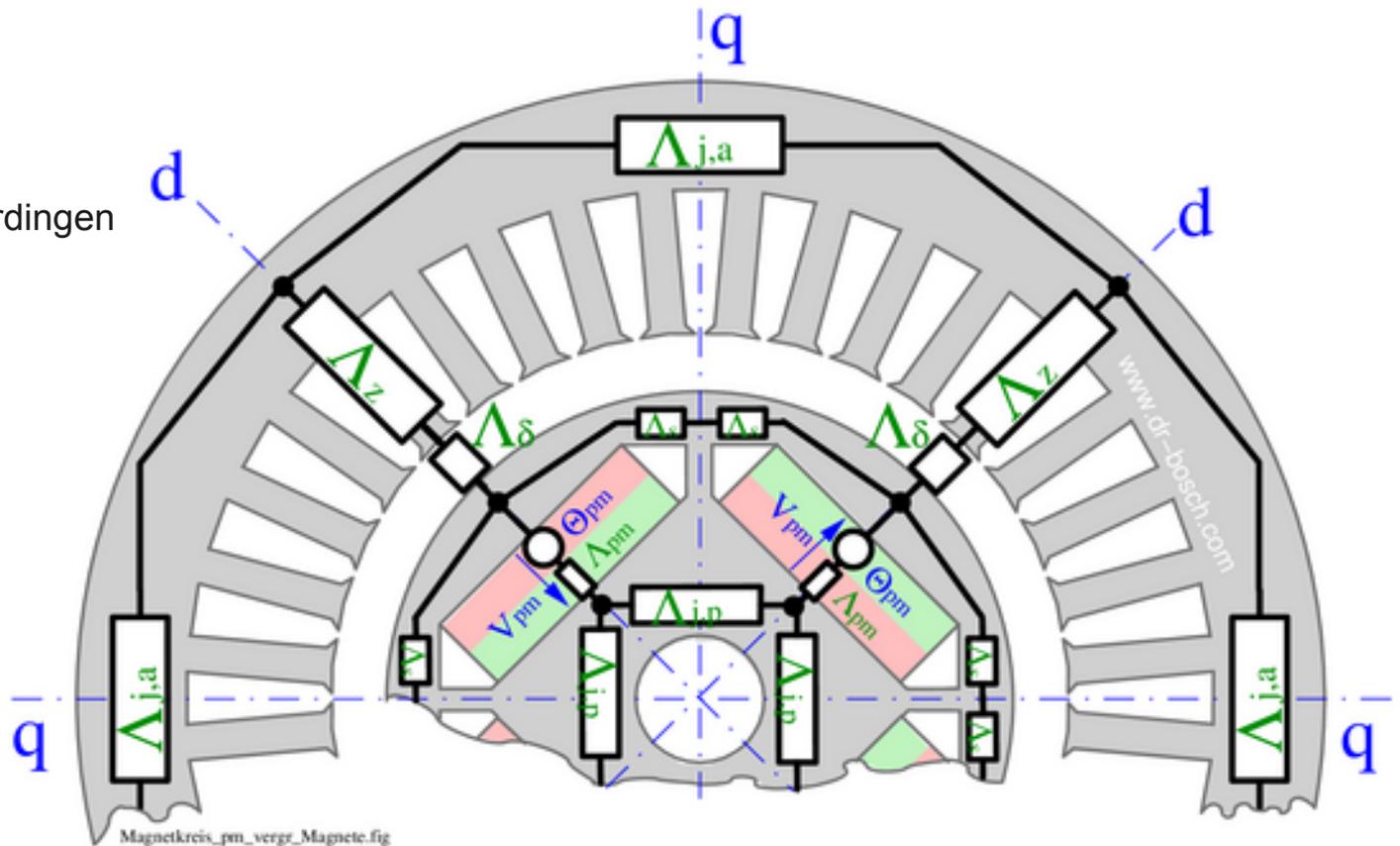


25. Kleinmaschinen-Kolloquium TU-Ilmenau

Möglichkeiten und Grenzen der analytischen Magnetkreisberechnung

Dr.-Ing. Volker Bosch
Beratender Ingenieur
70771 Leinfelden-Echterdingen
www.dr-bosch.com

Der Artikel zum Vortrag
befindet sich auf:
<https://www.dr-bosch.com>



Inhalt

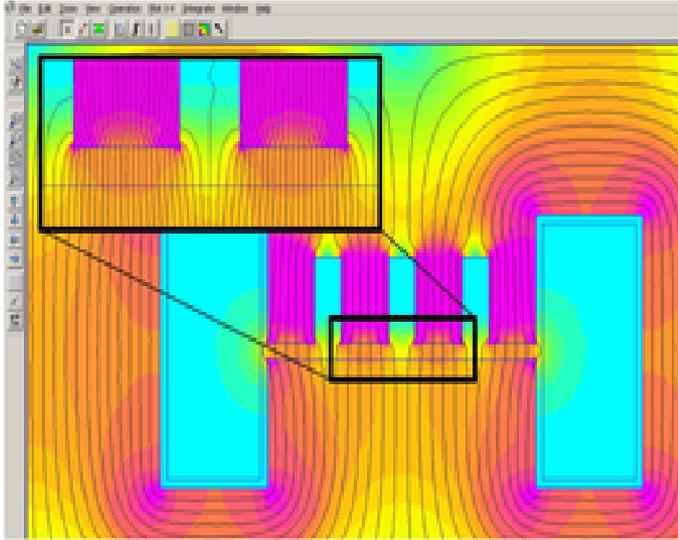
- Der Cartersche Faktor
- Magnetkreis einer elektrisch erregten elektrischen Maschine
- Magnetkreis einer permanentmagnetisch erregten Maschine
- Elektrische Maschine mit vergrabenen Magneten
- Ersatzschaltbild einer EC-Maschine
- Ankerrückwirkung – belastete Maschine mit Oberflächenmagneten
- Belastete Maschine mit vergrabenen Magneten
- Grenzen der analytischen Magnetkreisberechnung
- Fazit und Ausblick
- Weiterführende Literatur



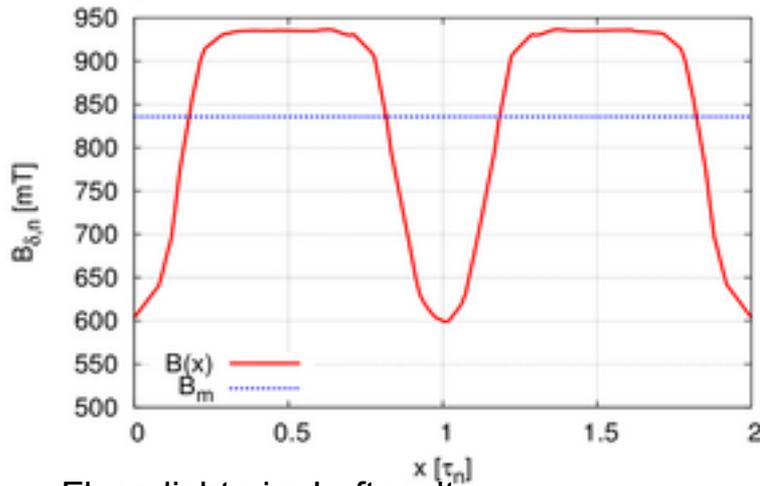
- **Der Cartersche Faktor**
- Magnetkreis einer elektrisch erregten elektrischen Maschine
- Magnetkreis einer permanentmagnetisch erregten Maschine
- Elektrische Maschine mit vergrabenen Magneten
- Ersatzschaltbild einer EC-Maschine
- Ankerrückwirkung – belastete Maschine mit Oberflächenmagneten
- Belastete Maschine mit vergrabenen Magneten
- Grenzen der analytischen Magnetkreisberechnung
- Fazit und Ausblick
- Weiterführende Literatur



Der Cartersche Faktor



Magnetfeld unter einer Nut



Flussdichte im Luftspalt

- Die Nutung einer elektrischen Maschine führt zu einem inhomogenen Magnetfeld im Luftspalt
- Dieses wird ersetzt durch ein homogenes Feld mit dem aufgeweiteten ideellen Luftspalt δ_i , der die selbe mittlere Luftspaltflussdichte B_m aufweist
- Carterscher Faktor k_c : Proportionalitätsfaktor zwischen geometrischem Luftspalt δ und ideellem Luftspalt δ_i
- Von F. W. Carter Anfang des 20. Jh. mittels konformer Abbildung des Magnetfeldes ermittelt [Carter 01]
- Auch andere Ursachen der Feldverzerrung, wie radiale Lüftungskanäle, Polverlängerung oder -verkürzung, können durch den Carterschen Faktors berücksichtigt werden [Vogt 96]

In der Literatur finden sich unterschiedliche Definitionen des Carterfaktors:

Richter [Richter I 67]:	}	$k_c = \frac{\tau_n}{\tau_n - \gamma \delta}$	$\gamma \approx \frac{\left(\frac{b_s}{\delta}\right)^2}{5 + \frac{b_s}{\delta}}$	
Schuiskey [Schuiskey 60]:				
Klamt [Klamt 62]:				$\gamma = \frac{4}{\pi} \left[\frac{b_s}{2\delta} \arctan \frac{b_s}{2\delta} - \ln \sqrt{1 + \left(\frac{b_s}{2\delta}\right)^2} \right]$
Nürnberg [Nürnberg 52]:	}	$k_c = \frac{\tau_n}{\tau_n - y b_s}$	$y \approx \frac{b_s}{5\delta + b_s}$	mit $x = \frac{b_s}{2\delta}$
Vogt [Vogt 96]:				$y = \frac{2}{\pi} \left[\arctan x - \frac{\ln(1+x^2)}{2x} \right]$
Binder [Binder 2012]:		$k_c = \frac{\tau_n}{\tau_n - \zeta(h) \delta}$	$\zeta(h) \approx \frac{h^2}{h+5}$	mit $h = \frac{b_s}{\delta}$
			$\zeta(h) = \frac{2}{\pi} \left[h \arctan \frac{h}{2} - \ln \left(1 + \left(\frac{h}{2} \right)^2 \right) \right]$	

- Alle Formeln liefern ausmultipliziert das selbe Ergebnis
- Für jedes k_c muss die zugehörige Hilfsfunktion γ , y oder $\zeta(h)$ verwendet werden

k_c : Carterscher Faktor δ : geometrische Luftspaltweite τ_n : Nutteilung b_s : Nutschlitzweite



- Der Cartersche Faktor
- **Magnetkreis einer elektrisch erregten elektrischen Maschine**
- Magnetkreis einer permanentmagnetisch erregten Maschine
- Elektrische Maschine mit vergrabenen Magneten
- Ersatzschaltbild einer EC-Maschine
- Ankerrückwirkung – belastete Maschine mit Oberflächenmagneten
- Belastete Maschine mit vergrabenen Magneten
- Grenzen der analytischen Magnetkreisberechnung
- Fazit und Ausblick
- Weiterführende Literatur



Magnetischer Kreis einer elektrisch erregten elektrischen Maschine

Betrachtung einer **halben Masche** (Symmetrie) in der d-Achse durch Anwendung des Durchflutungsgesetzes: $V_o = \oint H ds = \Theta$

- Aufteilung in magnetische Abschnittsleitwerte Λ : Rotorjoch $\Lambda_{j2}(\Phi)$, Erregerpol $\Lambda_{p2}(\Phi)$, Luftspalt Λ_δ , Statorzähne $\Lambda_{z1}(\Phi)$ und Statorjoch $\Lambda_{j1}(\Phi)$

- Vorgabe der Luftspaltflussdichte $B_{\delta,max} \rightarrow$ Maschenfluss $\Phi_\delta = B_{\delta,max} A_\delta$

- Berechnung der Flussdichte B_e in jedem

Element e:
$$B_e = \frac{\Phi_\delta}{A_e}$$

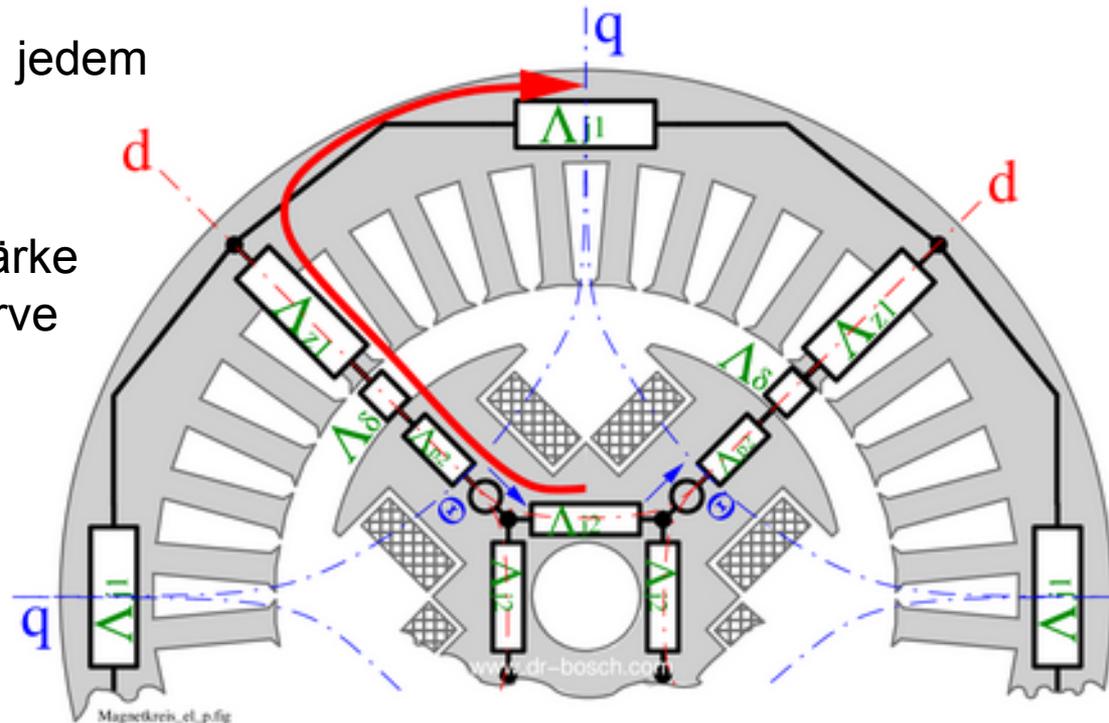
- Ermittlung der zugehörigen Feldstärke $H_e(B_e)$ aus Magnetisierungskurve

- Magnetische Spannung über jedem Element e:

$$V_{m,e} = H_e l_e$$

- Durchflutungsbedarf der Masche:

$$\Theta = \sum_e V_{m,e}$$



Luftspalt

- Vorgabe einer sinusförmig verteilten Flussdichte $B_\delta(x)$ im Luftspalt

$$B_\delta(x) = \widehat{B}_1 \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right)$$

- Umrechnung in eine flächengleiche **rechteckförmig** verteilte Luftspaltflussdichte

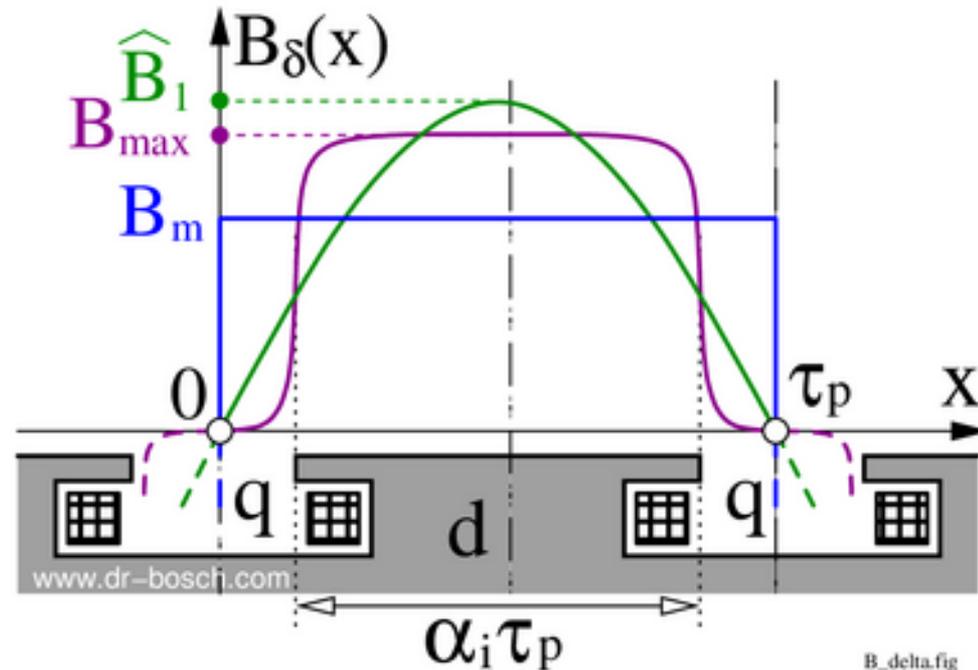
$$B_m = \frac{1}{\tau_p} \int_0^{\tau_p} B_\delta(x) dx = \frac{2}{\pi} \widehat{B}_1$$

- Umrechnung in eine **konstante** Luftspaltflussdichte über dem **Polschuh**

$$B_{max} = \frac{2}{\pi \alpha_i} \widehat{B}_1$$

- Magnetischer Leitwert des Luftspalts

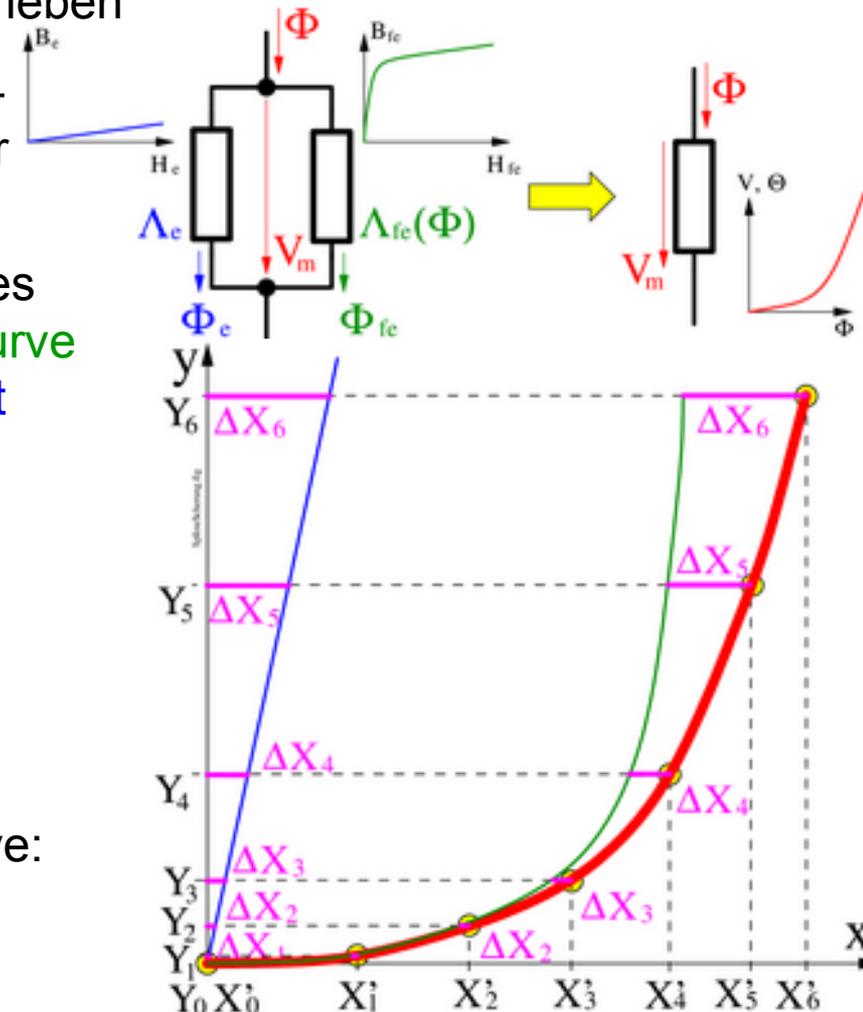
$$\Lambda_\delta = \mu_0 \frac{A_\delta}{\delta_i}$$



B_delta.fig

Parallele Luftwege: Zahn- und Jochentlastung

- Der Fluss durch den parallelen Luftweg, z.B. Nut, wird durch den konstanten Leitwert Λ_e beschrieben
- Magnetische Leitwerte für gebräuchliche Nut- und Polgeometrien finden sich in der Literatur [Richter 167; II 53; IV 54; Nürnberg 52; Schuisky 60; Vogt 96]
- Zusammenfassung zur Parallelschaltung eines Elements mit **nichtlinearer Magnetisierungskurve** und einem **konstanten magnetischen Leitwert**
- Ermittlung der **resultierenden Kurve $V_m(\Phi)$**
- Skalierung der Magnetisierungskurven durch punktweise Multiplikation. Umrechnung:
Flussdichte \rightarrow Fluss,
Feldstärke \rightarrow magnetische Spannung
- Scherung der skalierten Magnetisierungskurve: punktweise Addition der Kurven



- Der Cartersche Faktor
- Magnetkreis einer elektrisch erregten elektrischen Maschine
- **Magnetkreis einer permanentmagnetisch erregten Maschine**
- Elektrische Maschine mit vergrabenen Magneten
- Ersatzschaltbild einer EC-Maschine
- Ankerrückwirkung – belastete Maschine mit Oberflächenmagneten
- Belastete Maschine mit vergrabenen Magneten
- Grenzen der analytischen Magnetkreisberechnung
- Fazit und Ausblick
- Weiterführende Literatur

Magnetischer Kreis einer dauermagnetisch erregten Maschine

Umrechnung des Dauermagnets in Ersatzdurchflutung Θ_{pm} und Leitwert Λ_{pm} [Reutlinger 97]

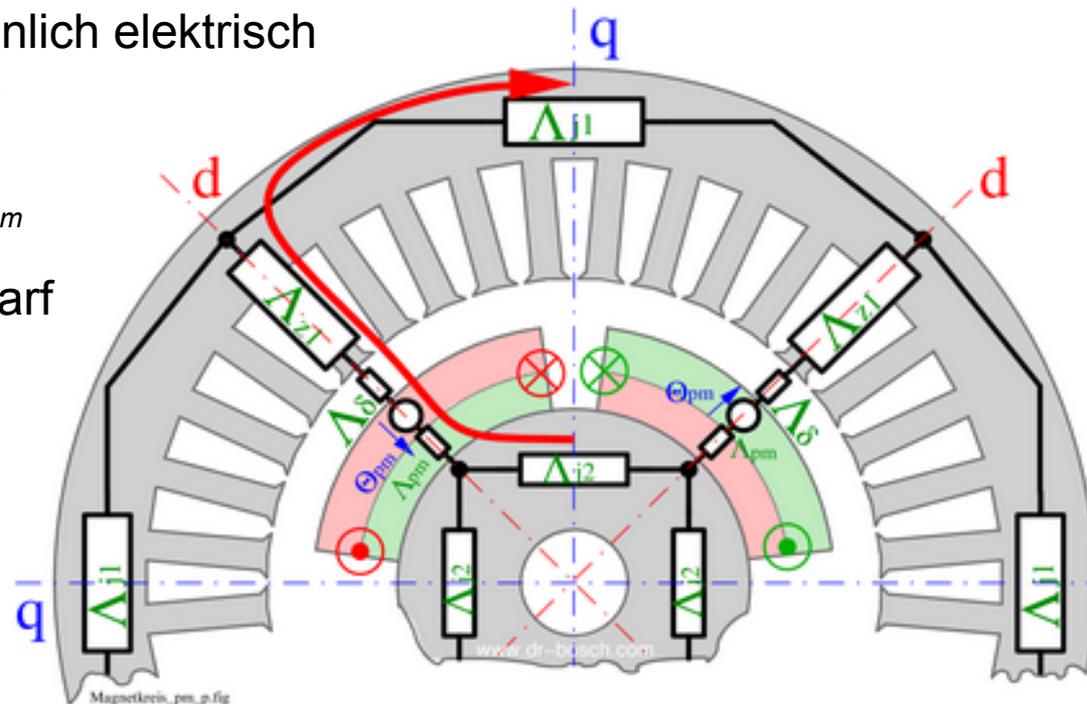
$$\Theta_{pm} = B_r \frac{h_{pm}}{\mu_0 \mu_{pm}} \quad \Lambda_{pm} = \mu_0 \mu_{pm} \frac{l_1 \alpha_i \tau_p}{h_{pm}}$$

Polbreite bzw. ideelle Polbedeckung α_i aus Geometrie und Streuung in Pollücke

Berechnung des Arbeitspunkts ähnlich elektrisch erregter Maschine, jedoch iterativ:

- Annahme Fluss im Magnet: Φ_{pm}
- Berechnung Durchflutungsbedarf $\Sigma V_m := \Theta_{pm}$
- Korrektur Φ_{pm}

→ Nichtlineare Nullstellensuche



- Der Cartersche Faktor
- Magnetkreis einer elektrisch erregten elektrischen Maschine
- Magnetkreis einer permanentmagnetisch erregten Maschine
- **Elektrische Maschine mit vergrabenen Magneten**
- Ersatzschaltbild einer EC-Maschine
- Ankerrückwirkung – belastete Maschine mit Oberflächenmagneten
- Belastete Maschine mit vergrabenen Magneten
- Grenzen der analytischen Magnetkreisberechnung
- Fazit und Ausblick
- Weiterführende Literatur



Elektrische Maschine mit vergrabenen Magneten

Magnet durch Ersatzdurchflutung Θ_{pm} und Leitwert Λ_{pm} ersetzen

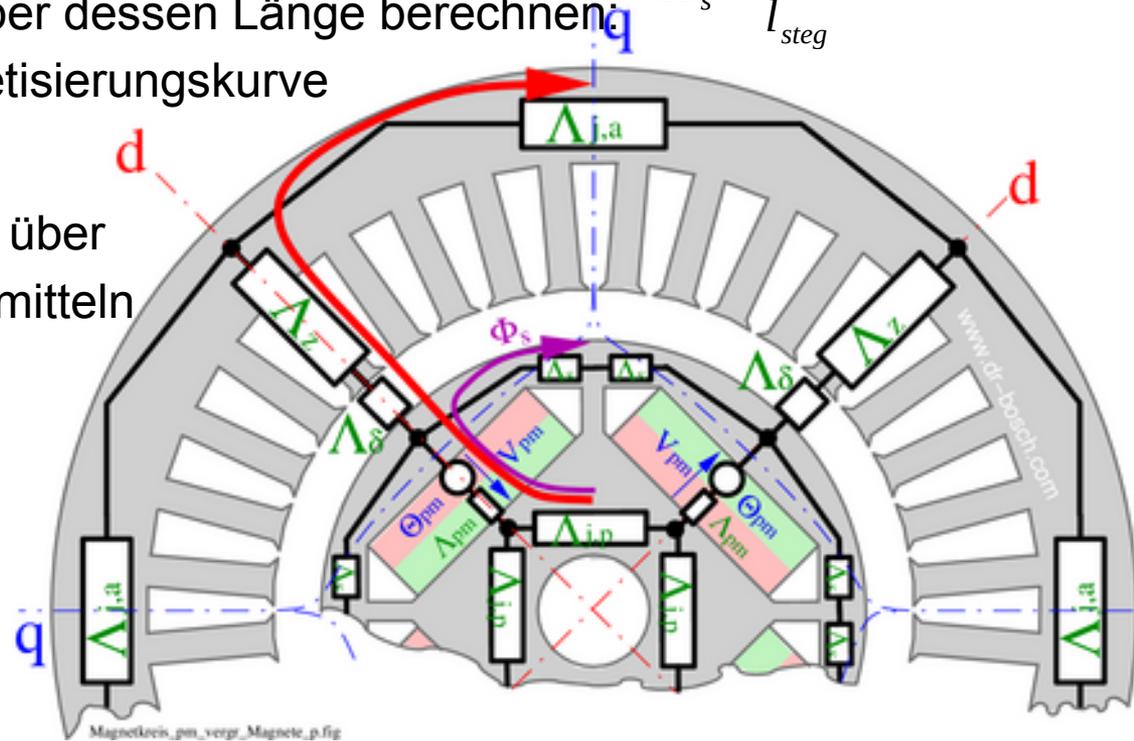
- Magnetischen Fluss Φ_{pm} im Magnet vorgeben
- Magn. Spannung V_{pm} über Permanentmagnet berechnen:
- Feldstärke H_s im Streusteg über dessen Länge berechnen:
- Flussdichte $B_s(H_s)$ aus Magnetisierungskurve entnehmen
- Streufluss Φ_s durch Streusteg über dessen Querschnittsfläche ermitteln
- Luftspaltfluss Φ_δ bestimmen
- Iterative Bestimmung des Arbeitspunkts, wie bei Oberflächenmagneten

$$V_{pm} = \Theta_{pm} - \frac{\Phi_{pm}}{\Lambda_{pm}}$$

$$H_s = \frac{V_{pm}}{l_{steg}}$$

$$\Phi_s = B_s A_{steg}$$

$$\Phi_\delta = \Phi_{pm} - 2\Phi_s$$



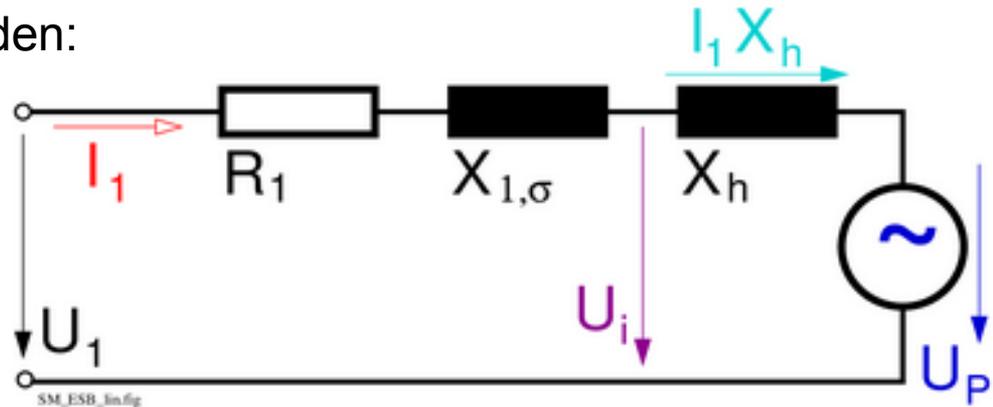
- Der Cartersche Faktor
- Magnetkreis einer elektrisch erregten elektrischen Maschine
- Magnetkreis einer permanentmagnetisch erregten Maschine
- Elektrische Maschine mit vergrabenen Magneten
- **Ersatzschaltbild einer EC-Maschine**
- Ankerrückwirkung – belastete Maschine mit Oberflächenmagneten
- Belastete Maschine mit vergrabenen Magneten
- Grenzen der analytischen Magnetkreisberechnung
- Fazit und Ausblick
- Weiterführende Literatur



Ersatzschaltbild der ungesättigten Synchron- oder EC-Maschine

Ist der magnetische Kreis der Maschine bestimmt, können die Elemente des Ersatzschaltbilds ermittelt werden:

- Polradspannung U_p
- Hauptinduktivität X_h
- Streuinduktivität $X_{1\sigma}$
- Wicklungswiderstand R_1



Dieses Ersatzschaltbild gilt jedoch nur für die **ungesättigte** Maschine, da die in der Wicklung **induzierte Spannung U_i** hier als **Summe zweier unabhängiger Spannungen** dargestellt wird:

- **Polradspannung U_p** ← fiktives Erregerfeld
- **Ankerrückwirkung $I_1 X_h$** ← fiktives Ankerfeld

Die **induzierte Spannung U_i** wird physikalisch durch das Magnetfeld induziert, welches von der **Überlagerung aus Anker- und Erregerdurchflutung** in der elektrischen Maschine erzeugt wird

- Der Cartersche Faktor
- Magnetkreis einer elektrisch erregten elektrischen Maschine
- Magnetkreis einer permanentmagnetisch erregten Maschine
- Elektrische Maschine mit vergrabenen Magneten
- Ersatzschaltbild einer EC-Maschine
- **Ankerrückwirkung – belastete Maschine mit Oberflächenmagneten**
- Belastete Maschine mit vergrabenen Magneten
- Grenzen der analytischen Magnetkreisberechnung
- Fazit und Ausblick
- Weiterführende Literatur

Ankerrückwirkung – belastete Maschine mit Oberflächenmagneten

Magnetisch symmetrischer Aufbau: $\delta_{mag} = \text{const.}$

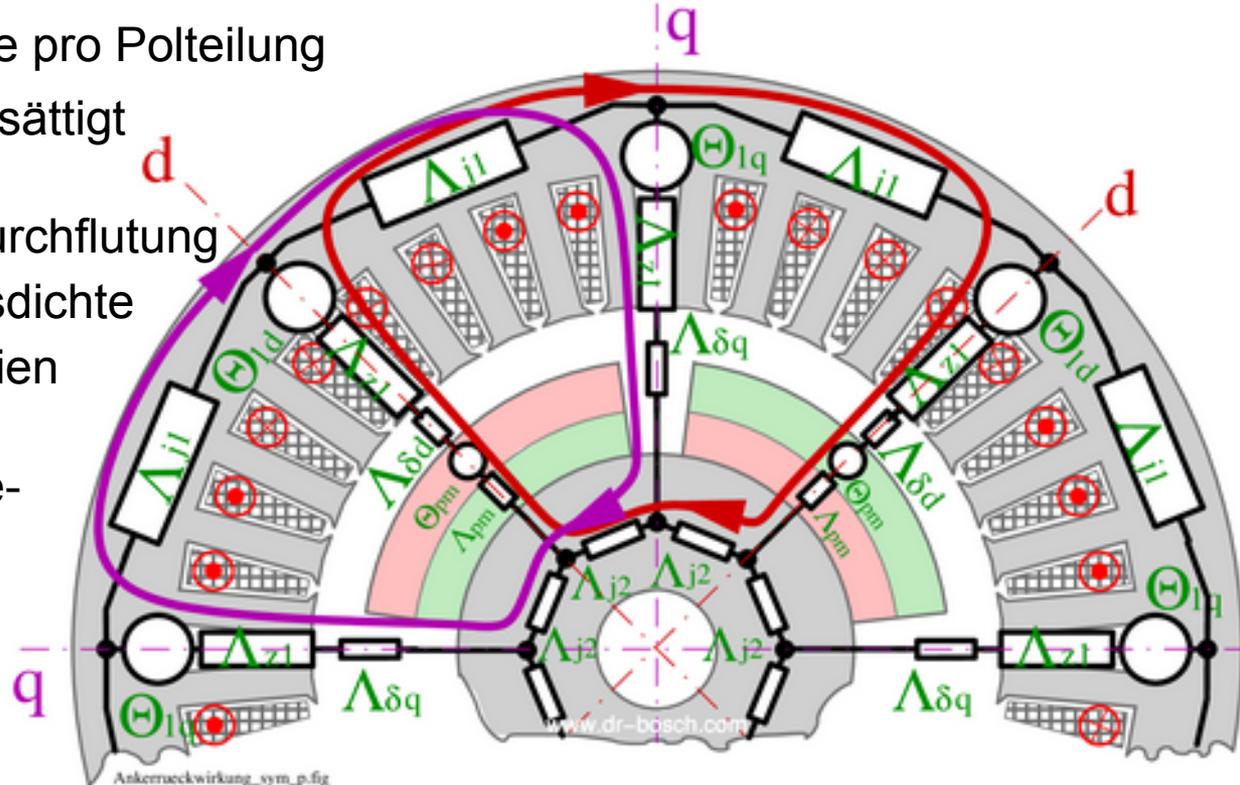
Anker- und Erregerdurchflutung wirken in unterschiedlichen Achsen
 → Zerlegung der Ankerdurchflutung in **q**- und **d**-Komponente

Die unabhängige Betrachtung von **q**- und **d**-Achse ist zulässig, wenn:

- ausreichende Anzahl Zähne pro Polteilung
- Stator- und Rotorjoch ungesättigt

Zusammenhang zwischen Durchflutung in **q**- bzw. **d**- Achse und Flussdichte im Luftspalt: Übertrittskennlinien

Überlagerung der Flussdichtekomponenten in **q**- und **d**- Achse im Luftspalt (lineares Medium)



- Der Cartersche Faktor
- Magnetkreis einer elektrisch erregten elektrischen Maschine
- Magnetkreis einer permanentmagnetisch erregten Maschine
- Elektrische Maschine mit vergrabenen Magneten
- Ersatzschaltbild einer EC-Maschine
- Ankerrückwirkung – belastete Maschine mit Oberflächenmagneten
- **Belastete Maschine mit vergrabenen Magneten**
- Grenzen der analytischen Magnetkreisberechnung
- Fazit und Ausblick
- Weiterführende Literatur

Belastete Maschine mit vergrabenen Oberflächenmagneten

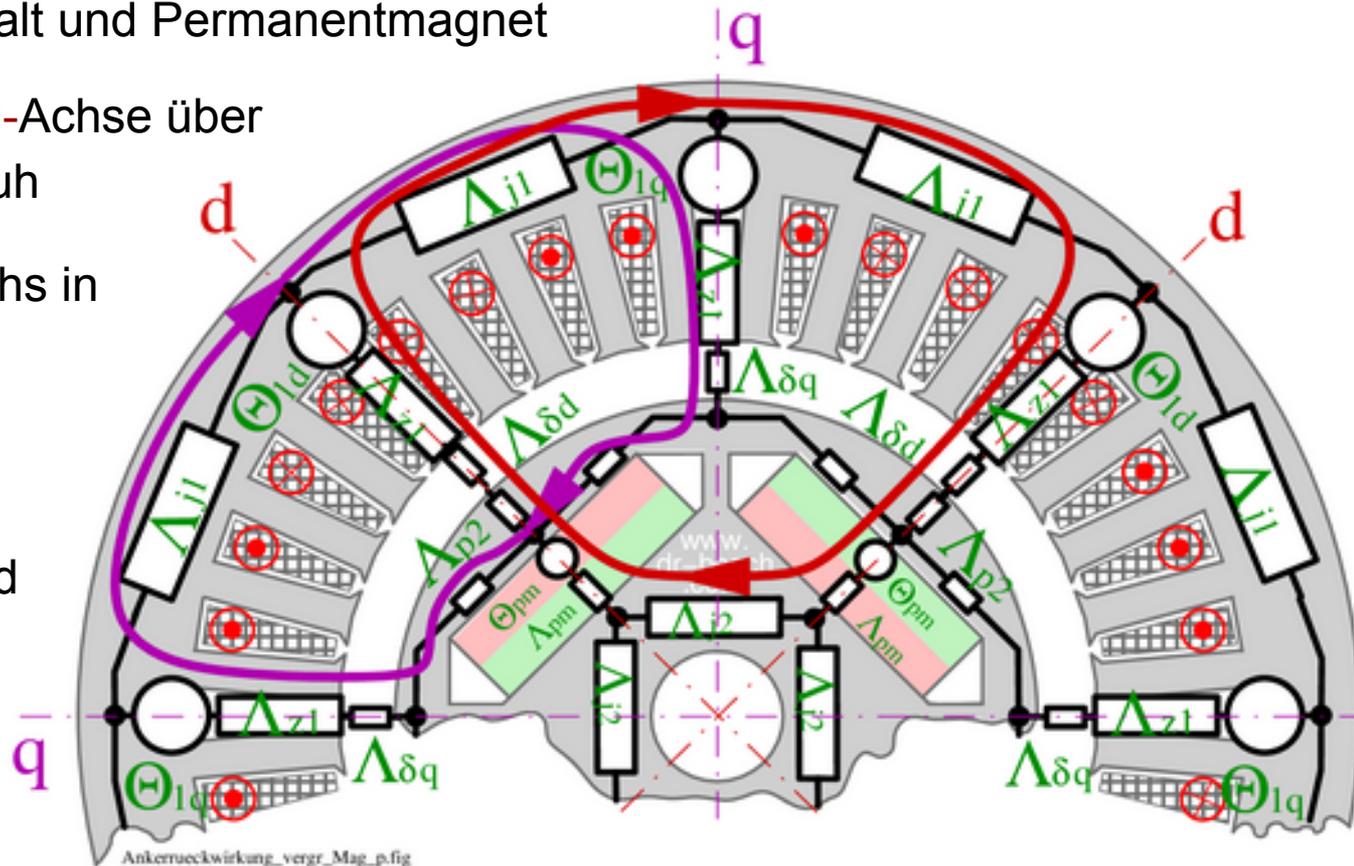
Magnetische Einachsigkeit: unterschiedliche magnetisch wirksame Luftspaltweiten in q - und d -Achse:

- q -Achse: Luftspalt
- d -Achse: Luftspalt und Permanentmagnet

Kopplung von q - und d -Achse über Satorjoch und Polschuh

Sättigung des Polschuhs in q -Achse beeinflusst Erregung in d -Achse

Die unabhängige Betrachtung von q - und d -Achse ist kritisch



- Der Cartersche Faktor
- Magnetkreis einer elektrisch erregten elektrischen Maschine
- Magnetkreis einer permanentmagnetisch erregten Maschine
- Elektrische Maschine mit vergrabenen Magneten
- Ersatzschaltbild einer EC-Maschine
- Ankerrückwirkung – belastete Maschine mit Oberflächenmagneten
- Belastete Maschine mit vergrabenen Magneten
- **Grenzen der analytischen Magnetkreisberechnung**
- Fazit und Ausblick
- Weiterführende Literatur



Möglichkeiten und Grenzen der analytischen Magnetkreisberechnung

Vorteile der analytischen Berechnung magnetischer Kreise

- + Schnelle Bestimmung des Arbeitspunkts eines magnetischen Kreises
- + Einfache Berücksichtigung dreidimensionaler Effekte (Wickelkopf, Stirnstreuung, Klauenpole, Polverlängerung, Axialfluss)
- + Vorab-Optimierung als Startwert für numerische Berechnung bzw. Optimierung
- + Schnelle Abschätzung des Betriebsverhalten einer neuen Maschine über das ungesättigte Ersatzschaltbild
- + Einfluss der einzelnen Elemente, wie Magnet, Zahn-, Joche oder Streustege bei vergrabenen Magneten direkt erkennbar

Die analytische Berechnung magnetischer Kreise stößt an Ihre Grenzen, wenn

- ~ Kopplung von q- und d-Achse durch gesättigte Elemente, wie Joche oder Polschuhe vorliegt
- ~ die geringe Anzahl von Zähnen keine Zerlegung der Ankerdurchflutung in q- und d-Achse zulässt
- ~ lokale Effekte berücksichtigt werden müssen, beispielsweise für die Abschätzung des Nutrastens

- Der Cartersche Faktor
- Magnetkreis einer elektrisch erregten elektrischen Maschine
- Magnetkreis einer permanentmagnetisch erregten Maschine
- Elektrische Maschine mit vergrabenen Magneten
- Ersatzschaltbild einer EC-Maschine
- Ankerrückwirkung – belastete Maschine mit Oberflächenmagneten
- Belastete Maschine mit vergrabenen Magneten
- Grenzen der analytischen Magnetkreisberechnung
- **Fazit und Ausblick**
- Weiterführende Literatur

Fazit und Ausblick

Die analytische Berechnung magnetischer Kreise kann auch heute noch sinnvoll angewendet werden

- Die Ermittlung einer guten Geometrie als Ausgangspunkt der numerischen Optimierung vermindert das Risiko auf ein relatives Extremum zu treffen
- Numerische Methoden können die analytische Rechnung verbessern:
 - Die numerische Nullstellensuche kann die aufwändige Iteration ersetzen
 - Magnetisierungskurven sind durch Spline-Interpolation darstellbar
 - So ist auch die Scherung der Magnetisierungskurven automatisierbar
 - Die Aufteilung von Luftspalt und ggf. Oberflächenmagnet in mehrere Abschnittsleitwerte erlaubt die Ermittlung der räumlichen Verteilung der Luftspaltflussdichte
 - Die Grundwellenamplitude der Flussdichte im Luftspalt kann mittels diskreter Fouriertransformation ermittelt werden
 - Übergang auf Reluktanznetzwerk berücksichtigt die Kopplung der Maschen über nichtlineare Elemente



- Der Cartersche Faktor
- Magnetkreis einer elektrisch erregten elektrischen Maschine
- Magnetkreis einer permanentmagnetisch erregten Maschine
- Elektrische Maschine mit vergrabenen Magneten
- Ersatzschaltbild einer EC-Maschine
- Ankerrückwirkung – belastete Maschine mit Oberflächenmagneten
- Belastete Maschine mit vergrabenen Magneten
- Grenzen der analytischen Magnetkreisberechnung
- Fazit
- **Weiterführende Literatur**



Weiterführende Literatur

[Carter 01] Carter, F. W.: Air-Gap Induction. Electrical World and Engineer, Vol. XXXVIII(No. 22):884-888, 1901.

[Richter I 67] Richter, Rudolf: Elektrische Maschinen, Band I: Allgemeine Berechnungselemente. Die Gleichstrommaschinen. Birkhäuser Verlag, Basel (CH), 3. Auflage, 1967.

[Schuisky 60] Schuisky, W.: Berechnung elektrischer Maschinen. Springer-Verlag, Wien (A), 1960.

[Klamt 62] Klamt, Johannes: Berechnung und Bemessung elektrischer Maschinen – Asynchronmotor, Synchronmaschine, Gleichstrommaschine, elektrische Schlupfkupplung. Springer-Verlag, Berlin, 1962.

[Nürnberg 52] Nürnberg, Werner: Die Asynchronmaschine – ihre Theorie und Berechnung unter besonderer Berücksichtigung der Keilstab- und Doppelkäfigläufer. Springer-Verlag, Berlin, 1952.

[Vogt 96] Vogt, Karl: Berechnung elektrischer Maschinen. Reihe Elektrische Maschinen. VCH Verlagsgesellschaft mbH, Weinheim, 1996.

[Binder 2012] Binder, Andreas: Elektrische Maschinen und Antriebe – Grundlagen, Betriebsverhalten. Springer-Verlag, Berlin, 2012.

[Richter II 53] Richter, Rudolf: Elektrische Maschinen, Band II: Synchronmaschinen und Einankerumformer. Birkhäuser Verlag, Basel (CH), 2. Auflage, 1953.

[Richter IV 54] Richter, Rudolf: Elektrische Maschinen, Band IV: Die Induktionsmaschinen. Birkhäuser Verlag, Basel (CH), 2. Auflage, 1954.

[Reutlinger 97] Reutlinger, Kurt: Mechatroniksystem für Einzelspindelantriebe in Textilmaschinen. Dissertation, Universität Stuttgart, 1997. Shaker Verlag, Aachen.